LEZIONE 3

*"Educare significa aiutare l'animo dell'uomo ad entrare nella totalità della realtà.
Non si può però educare se non rivolgendosi alla libertà, la quale definisce il singolo, l'io.
Quando uno dice "io", la libertà è in tutto questo dire "io"."*

INDICI DI VARIABILITA'

Media e Mediana non ci danno nessuna informazione sulla dispersione dei valori di un insieme di dati:

Consideriamo due insiemi di valori di VES:

(A): (8, 5, 7, 6, 35, 5, 4)
(B): (11, 8, 10, 9, 17, 8, 7)

Sia A che B hanno media uguale a 10 ma l'insieme A ha piu' valori **dispersi** rispetto all'insieme B

In A ho valori inclusi tra 4 e 35
In B ho valori inclusi tra 7 e 17

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE: CAMPO DI VARIAZIONE O RANGE

Dall'esempio visto diviene quindi utile definire un campo di Variazione o **range** cioè lo spazio numerico in cui i valori del mio insieme variano

R= Valore massimo - Valore minimo

ES:

Il range di A sarà R_a= 35-4=31

Il range di B sarà R_b=17-7=10

Vantaggi e Svantaggi:

+ Il **range** è il più ***intuitivo*** fra gli indici di dispersione

- Dipende solo da due valori della distribuzione e dai due valori estremi che più evidentemente esprimono la variabilità (di campionamento e/o l'errore di misura).

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:CHE COSA MI SERVE??

Necessità:

Calcolare un indice di dispersione (variazione) che consideri tutti i valori / dati rilevati.

1.Dispersione (variazione) rispetto a che cosa ?

Risposta: Alla media aritmetica

2. Esprimere la dispersione (variazione) rispetto al "valore di riferimento" scelto ?

Risposta: la differenza tra il valore osservato ed il valore di riferimento

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LO SCARTO

Un indice che potrebbe essere utile è ad esempio lo scarto e cioè la differenza tra la media e ogni singolo valore

Es:

X= (1,3,5) media= 3   Y=(2,3,4) media=3

Calcolo gli scarti

X	$X-M_X$
1	-2
3	0
5	+2

Y	$Y-M_Y$
2	-1
3	0
4	+1

Osserviamo che la variabile **X** ha **scarti maggiori** (in valore assoluto)

Come **misura della variabilità**si potrebbe utilizzare la **media degli scarti**

GROSSO PROBLEMA:LA SOMMA DEGLI SCARTI FA SEMPRE ZERO

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

PROPRIETA' 1 DELLA MEDIA ARITMENTICA

La somma algebrica degli scarti (DIFFERENZE DEI VALORI RILEVATI DALLA MEDIA ARITMETICA) è sempre pari a 0.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})f_i = 0$$

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LO SCARTO

Che ce ne facciamo dello scarto???

Abbiamo due soluzioni per utilizzare lo scarto come misura di variabilità

Considero gli scarti in valore assoluto → **SCARTO SEMPLICE MEDIO**

Elevo gli scarti al quadrato → **DEVIANZA**

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LA DEVIANZA

Dipende dal numero di osservazioni

Due set di dati con uguale livello di dispersione:

{A}:{ 1, 2, 3}

{B}:{ 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3}

hanno uguale media (X = 2,) ed uguale range.

$$D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$D = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

1

In {A} la DEVIANZA è: $1^2 + 1^2 = 2$

In {B} la DEVIANZA è: $1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 6$

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LA VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

Definisce lo "scarto quadratico medio" in quanto divide la DEVIANZA per il numero delle osservazioni.

Misura la dispersione dei valori intorno alla media aritmetica, è **LA MEDIA dei QUADRATI degli SCARTI.**

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (X - \mu)^2}{N}$$

VARIANZA DELLA POPOLAZIONE

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LA VARIANZA CAMPIONARIA

Definisce lo "scarto quadratico medio" in quanto divide la DEVIANZA per il numero delle osservazioni.

Misura la dispersione dei valori intorno alla media aritmetica, è **LA MEDIA dei QUADRATI degli SCARTI** si chiarirà in seguito perché si divide per n-1 e non per n.

Scarto

$$s^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Media

VARIANZA CAMPIONARIA

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LA VARIANZA- I GRADI DI LIBERTA'

- I **gradi di libertà** di una variabile aleatoria o di un statistica in genere, esprimono il numero di dati effettivamente disponibili per valutare la quantità d'informazione contenuta nella statistica. Infatti quando un dato non è indipendente, l'informazione che esso fornisce è già contenuta implicitamente negli altri. È possibile quindi calcolare le statistiche utilizzando soltanto il numero di osservazioni indipendenti, consentendo in questo modo di ottenere una maggiore precisione nei risultati.
- Il concetto di gradi libertà venne introdotto in statistica da Ronald Fisher negli anni 1920.
- Diverse variabili casuali (t di Student, F di Snedecor, Chi Quadrato e Chi Quadrato non centrale, v.c. di Wishart e altre) hanno parametri detti comunemente "gradi di libertà"

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:LA VARIANZA-I GRADI DI LIBERTA'

Perché n-1 e non n??

n –1 →GRADI DI LIBERTA'

"Il numero di valori che possono variare dato che la loro media ha un determinato valore".

Siano dati tre valori (x_1, x_2 e x_3) con media = 3.
Per la prima proprietà della media aritmetica:

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x}) = 0$$

$$x_1 - 3 + x_2 - 3 + x_3 - 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9$$

Solo n – 1 valori possono variare ma l'ennesimo è fisso ("vincolato"): può essere calcolato dagli altri n – 1 e dalla media.

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:DEVIZIONE STANDARD o SCOSATMENTO QUADRATICO MEDIO

La deviazione standard della Popolazione
è la RADICE QUADRATA della Varianza della popolazione
Ha la stessa unità di misura della variabile

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (X-\mu)^2}{N}}$$

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

INDICI DI VARIAZIONE/DISPERSIONE:DEVIZIONE STANDARD o SCOSATMENTO QUADRATICO MEDIO

La deviazione standard del campione è la RADICE QUADRATA della Varianza del campionaria Ha la stessa unità di misura della variabile

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

Nell'*esempio* dei due insiemi di valori di VES si hanno i seguenti risultati: (D = DEVIANZA):

{A}: $D = [8^2 + 5^2 + ... + 4^2] - (8 + 5 + ... + 4)^2 / 7 = 1440 - 700 = 740$

$s^2 = 740 / 6 = 123.33$

$s = \sqrt{123.33} = \mathbf{11.1}$

{B}: $D = [11^2 + 8^2 + ... + 7^2] - (11 + 8 + ... + 7)^2 / 7 = 768 - 700 = 68$

$s^2 = 68 / 6 = 11.33$

$s = \sqrt{11.33} = \mathbf{3.4}$

NOZIONI DI CALCOLO DELLA PROBABILITA'

Esperimento casuale o aleatorio:

un esperimento che può dar luogo ad un risultato, fra un insieme di risultati possibili, di esito ignoto o non determinabile a priori in modo univoco.

Esempi: il lancio di un dado, di una moneta, la rilevazione della pressione arteriosa, il trattare un paziente con un farmaco, la determinazione della glicemia, ecc.

Evento: il risultato di un esperimento

Evento semplice: il risultato non “decomponibile” di un esperimento casuale. Ha carattere “atomico” od elementare.
Esempio: il risultato “3” di un lancio di un dado.

Evento composto: è costituito da un aggregato di possibili risultati. Ha carattere “molecolare”.
Esempio: il risultato“pari” di un lancio di un dado: può essere ottenuto con 2, 4 e 6.

Spazio campione o spazio delle possibilità (Ω): l'insieme dei possibili risultati (eventi) di un esperimento.

Eventi semplici (risultati elementari): punti campione dello spazio campione.

Un evento semplice è un sottoinsieme unitario di (Ω).

Evento certo: un evento che si deve necessariamente verificare; è rappresentato da tutti i punti dello spazio campione.

Evento impossibile: un evento che non si può verificare; è definito dall'insieme vuoto ($\emptyset$) che non contiene alcun punto campione.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

PROBABILITA':DEFINIZIONE

Un esperimento casuale può dar luogo a n eventi (esiti) che si escludono a vicenda (mutuamente esclusivi).

Gli n eventi sono ugualmente possibili (concetto di equiprobabilità).

Se n_A di questi eventi hanno un attributo A, allora la *probabilità* di A [P(A)] è data dal rapporto:

$$P(A) = \frac{n_A}{n}$$

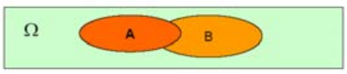
rapporto tra il numero di casi favorevoli ad A (punti campione di A) ed il numero di casi possibili (punti campione di Ω).

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

UNIONE DI EVENTI

L'unione di due eventi (A e B) ⟹ $A \cup B$

L'insieme dei punti campione che appartengono ad A ed ai rimanenti punti campione di B (o ad entrambi).



$P(A \cup B)$ equivale a:

P(A) O P(B) (operatore logico "O" → "OR")

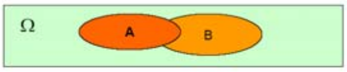
probabilità che si verifichi o A o B o entrambi

$(A \cup \bar{A}) = \Omega$ quindi $P(A \cup \bar{A}) = 1$

L'unione di due eventi (A e B):

⟹ $A \cup B$

L'evento che comprende i risultati elementari che sono nell'evento A E / O nell'evento B.



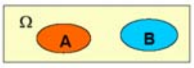
$A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{3, 4, 5\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

PROBABILITA' DELL' UNIONE

Come calcolo $P(A \cup B)$?

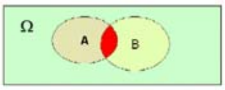
EVENTI INCOMPATIBILI



[Teorema 4]: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

IN GENERALE

[Teorema 5]



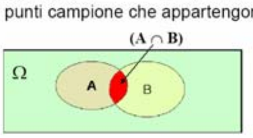
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Perché altrimenti conterei due volte la parte in comune!

INTERSEZIONE DI EVENTI

L'intersezione di A e B ⟹ $A \cap B$

l'insieme dei punti campione che appartengono sia a A che a B.



$P(A \cap B)$ equivale a: $P(A)$ E $P(B)$ (operatore logico "AND")

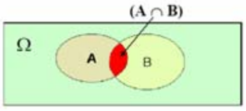
La probabilità che si verifichino contemporaneamente sia A che B

Eventi incompatibili: se $(A \cap B) = \varnothing$

$(A \cap \bar{A}) = \varnothing$ quindi: $P(A \cap \bar{A}) = 0$

L'intersezione di A e B ⟹ $A \cap B$

l'insieme dei punti campione che appartengono sia a A che a B.



Simultaneo verificarsi di due eventi ($A \cap B$)

L'evento congiunto ($A \cap B$) contiene i risultati che sono sia nell'evento A che nell'evento B.

A = { 2, 3, 4 }; B = { 3, 4, 5, 6 };

(A ∩ B) = A = { 2, 3, 4 } ∩ { 3, 4, 5, 6 } = { 3, 4 }

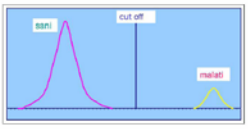
VALORE DI UN TEST STATISTICO

L'**ACCURATEZZA** di un test è la quantità di diagnosi corrette
La **SENSIBILITA'** di un test è la frazione dei soggetti malati che risultano positivi al test
La **SPECIFICITA'** di un test è la frazione dei soggetti non malati che risultano negativi al test
Il **VALORE PREDITTIVO DI UN TEST POSITIVO** di un test è la la probabilità che la malattia sia presente in caso di test positivo
Il **VALORE PREDITTIVO DI UN TEST NEGATIVO** di un test è la la probabilità che la malattia non sia presente in caso di test negativo

Veri Positivi, Veri Negativi, Falsi Positivi e Falsi Negativi

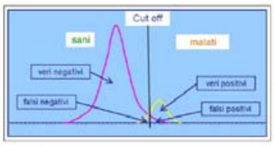
In una situazione ideale ci si aspetta che un test sia in grado di discriminare perfettamente due popolazioni (sani e malati) non sovrapponibili (mutuamente esclusive), come rappresentato nella figura sotto, dove il 'cut off' rappresenta il valore soglia del test.

LA SITUAZIONE IDEALE



In realtà quello che solitamente avviene è che le due popolazioni si sovrappongono in parte, ed il test necessariamente identificherà come positivi alcuni soggetti non malati (Falsi Positivi) e come negativi alcuni soggetti invece malati (Falsi Negativi).

LA SITUAZIONE REALE



Introduciamo quindi i concetti di **Veri Positivi**, **Veri Negativi**, **Falsi Positivi** e **Falsi Negativi**.

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

abbiamo a disposizione un nuovo test, di cui vogliamo valutare l'efficienza (capacità di discriminare i malati dai sani)

a questo scopo, suddividiamo una popolazione in due gruppi ("malati" e "sani") per mezzo di un test molto affidabile (golden test)

ora saggiamo con il nuovo test gli animali di entrambi i gruppi, e tabuliamo così i risultati:

esito nuovo test:	"*golden test*": in realtà gli animali sono: malati	sani
+	a	b
−	c	d

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA-FACOLTA' DI MEDICINA E CHIRURGIA
CORSO DI LAUREA IN INFERMIERISTICA SEDE DI DESENZANO dG
STATISTICA MEDICA

	Biopsia Anormale (gold standard)	**Biopsia** Normale (gold standard)	
Pap test Anormale	a	b	a + b test positivi
Pap test Normale	c	d	c + d test negativi
	a + c cervice alterata	b + d cervice normale	a + b + c + d totale cervici valutate

Le pazienti rappresentate nella cella "a" sono dette **Vere Positive (VP)**, cioè sono quelle pazienti che risultano positive al test e sono veramente malate.
Le pazienti rappresentate nella cella "d" sono dette **Vere Negative (VN)**, cioè sono quelle pazienti che risultano negative al test e sono veramente sane.
Le pazienti rappresentate nella cella "b" sono dette **False Positive (FP)**, cioè sono quelle pazienti che risultano positive al test ma che nella realtà sono sane.
Le pazienti rappresentate nella cella "c" sono dette **False Negative (FN)**, cioè sono quelle pazienti che risultano negative al test ma che nella realtà sono malate.

Ing. Andrea Ghedi AA 2009/2010

Risultati di un test quando siano possibili solo due stati del test (positivo-negativo)			
Test	Malattia		Totale
	Presente	Assente	
Positivo	TP	FP	N(T+)
Negativo	FN	TN	N(T-)
Totale	N(D+)	N(D-)	N

Legenda	
TP	True Positive (Vero Positivo)
FP	False Positive (Falso Positivo)
TN	True Negative (Vero Negativo)
FN	False Positive (Falso Negativo)
N(D+)	Totale pazienti con malattia
N(D-)	Totale pazienti senza malattia
N(T+)	Totale pazienti con test positivo
N(T-)	Totale pazienti con test negativo
N	Totale pazienti

ESEMPIO DI UN TEST DIAGNOSTICO

	Malato (M)	Sano (S)	Totale
Test + (Positivo)	A (80)	B (50)	A + B (130)
Test – (Negativo)	C (20)	D (850)	C + D (870)
Totale	A + C (100)	B + D (900)	N (1000)

- A = VERI POSITIVI, B = FALSI POSITIVI
- C = FALSI NEGATIVI, D = VERI NEGATIVI

Definizioni	
L'**ACCURATEZZA** di un test è la quantità di diagnosi corrette	**(TP + TN) / N**
La **SENSIBILITA'** di un test è la frazione dei soggetti malati che risultano positivi al test	**TP / N(D+)**
La **SPECIFICITA'** di un test è la frazione dei soggetti non malati che risultano negativi al test	**TN / N(D-)**
Il **VALORE PREDITTIVO DI UN TEST POSITIVO** di un test è la la probabilità che la malattia sia presente in caso di test positivo	**TP / N(T+)**
Il **VALORE PREDITTIVO DI UN TEST NEGATIVO** di un test è la la probabilità che la malattia non sia presente in caso di test negativo	**TN / N(T-)**

L'**accuratezza** dipende dalla prevalenza della malattia nella popolazione. Due test con la stessa accuratezza possono essere molto diversi, perchè la proporzione di veri positivi e veri negativi può essere molto diversa.
La **sensibilità e specificità** sono indici largamente accettati per giudicare la performance di un test. Hanno il vantaggio di essere indipendenti dalla prevalenza della malattia nella popolazione.
Il **valore predittivo di un test positivo e negativo** dipendono dalla prevalenza della malattia nella popolazione, per cui i dati ricavati su una popolazione possono non essere applicabili ad un gruppo diverso.

Evento: $(T+ \cap M) \rightarrow P(T+ \cap M) = A / (A + C)$ = <u>SENSIBILITA'</u>
Evento: $(T- \cap S) \rightarrow P(T- \cap S) = D / (B + D)$ = <u>SPECIFICITA'</u>
Evento: $(T+ \cap S) \rightarrow$ Falsi Positivi (1 – Specificità)
Evento: $(T- \cap M) \rightarrow$ Falsi Negativi (1 – Sensibilità)

Probabilità CONDIZIONATA di ottenere un TEST POSITIVO (T+) DATO CHE IL SOGGETTO E' MALATO (M):

$$\text{Eq.1:}\quad P(T+|M) = \frac{P(T+\cap M)}{P(M)}$$

Probabilità CONDIZIONATA di ottenere un TEST POSITIVO (T+) DATO CHE IL SOGGETTO E' SANO (S):

$$\text{Eq.2:}\quad P(T+|S) = \frac{P(T+\cap S)}{P(S)}$$

SENSIBILITA'-SPECIFICITA'

$$Sensibilità = \frac{VP}{VP+FN} \quad Minimizza\ i\ falsi\ negativi$$

$$Specificità = \frac{VN}{VN+FP} \quad Minimizza\ i\ falsi\ positivi$$

Il test di una malattia presenta il 5 per cento di falsi positivi. La malattia colpisce una persona su mille e gli individui sono testati a caso, indipendetemente dal fatto che si sospetti che siano ammalati. Il test di un paziente è positivo. Qual è la probabilità che questa persona sia effettivamente malata ?

La maggior parte dei medici rispondono il 95%.

Il ragionamento in questo caso e': il test sbaglia nel 5% dei casi, quindi negli altri 95% funziona.

Il ragionamento è questo:

se si prendessero 1000 pazienti, l'esame diagnosticherebbe il caso malato + il 5% di falsi positivi, cioè 50 casi.

AD INTUITO

La probabilità quindi che la persone sia effettivamente malata è 1/51, ovvero il **2%** circa che è ben diverso dal 95%.

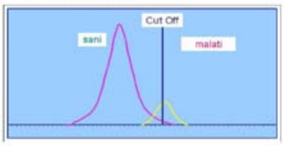
CON I CALCOLI

1/(1+FPR(1/IR-1)) si ottiene con FPR (False-Positive Rate) = 5% e IR(Illness Rate) = 1/1000 una probabilità di 20/1019 questo in effetti pari circa al 2%

Come si modifica la sensibilità e la specificità al modificarsi del cut off del test?

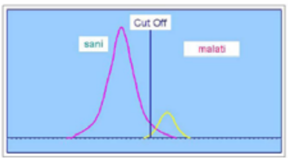
Come abbiamo già detto non esiste un test che distingua nettamente le due popolazioni dei sani e malati. E' chiaro che se la soglia per definire positivo o negativo un soggetto viene spostata a destra o sinistra (cioè innalzata o abbassata) avrò un rischio maggiore o minore di FP e di FN. Questo influenzerà la sensibilità e la specificità del test stesso.

CUT OFF ELEVATO



Un **cut off elevato** permetterà di identificare correttamente la maggior parte dei sani, conferendo al test un'**elevata specificità** (quindi pochi FP), ma sottostimerà la proporzione dei malati, conferendo al test una **bassa sensibilità** (quindi molti FN).

CUT OFF BASSO



Un **cut off basso** al contrario permetterà di identificare correttamente la maggior parte dei malati, conferendo al test un'**elevata sensibilità** (pochi FN), ma sottostimerà la proporzione dei sani, conferendo al test una **bassa specificità** (molti FP).

Ciò che interessa è la probabilità che IL SOGGETTO SIA MALATO DATO un TEST POSITIVO:

Probabilità CONDIZIONATA CHE IL SOGGETTO SIA MALATO (M) DATO un TEST POSITIVO (T+) :

$$P(M|T+) = \frac{P(T+\cap M)}{P(T+)} = \frac{P(M)P(T+|M)}{P(M)P(T+|M)+P(S)P(T+|S)}$$

Il numeratore è ottenuto dall'Eq.1
Il denominatore [P(T+)] è ottenuto dall'Eq. 1 e dall'Eq 2:
P(T+)= (T+ $\cap$M) + (T+ $\cap$S).
QUESTA E' LA FORMULA DEL "**TEOREMA DI BAYES**" che permette di risolvere il problema **dell'INFERENZA INVERSA** (dal campione alla popolazione).

TEOREMA DI BAYES

La probabilità condizionata di un evento A dato l'evento B indicata coma P(A|B) viene definita come:

$$P(A \mid B) = \frac{\overbrace{P(A \cap B)}^{\text{P congiunta di A e B}}}{P(B)} \quad con \;\; p(B) > 0$$

Analogamente:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad con \;\; p(A) > 0$$

Otteniamo $P(A \cap B) = P(A \mid B)P(B) = P(B \mid A)P(A)$

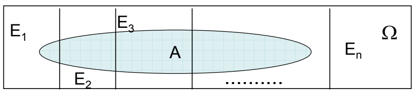
E da qui la formula di Bayes

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)}$$

- Consideriamo l'insieme degli eventi E_i, i= 1,2..n tra loro incompatibili che costituiscono lo spazio campione

$$\bigcup_{i=1}^{n} E_i = \Omega$$

Considero ora un evento A, sottoinsieme di Ω



La P(A) sarà data dalla somma delle singole aree di intersezione $A \cap E_i$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap E_i)$$ ovvero: $$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) * P(A \mid E_i)$$